ΘΕΜΑ Α

Α1) γ   Α2) γ   Α3) δ   Α4) δ

Α5) Σ, Σ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1) $x = 10t - 2t^2$ (SI)   Από σύγκριση: $u_0 = 10 m/s$

$x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ $2 = \frac{1}{2} a \Rightarrow a = 4 m/s^2$

Άρα $u = u_0 - at \Rightarrow u = 10 - 4t$ (SI) $\boxed{\text{Σωστό το (α)}}$

Β2) $x = \frac{1}{2} a t^2$

Για $t_2 = 2s$: $x_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 \Rightarrow x_2 = 4m$

Για $t_3 = 3s$: $x_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \Rightarrow x_3 = 9m$

Άρα $\Delta x = x_3 - x_2 = 5m$ $\boxed{\text{Σωστό το (α)}}$

Β3) $x_A = 6t$ (SI)   Από σύγκριση: $u_A = 6 m/s$

$x_A = u_A \cdot t$

$x_B = 2t^2$ (SI)   Από σύγκριση: $\frac{1}{2} a = 2 \Rightarrow a = 4 m/s^2$

$x_B = \frac{1}{2} a t^2$

$u_A = u_B \Rightarrow 6 = a \cdot t \Rightarrow 6 = 4 \cdot t \Rightarrow t = 1,5 s$ $\boxed{\text{Σωστό το (γ)}}$

B4) I) $S = E_{\tau\rho\alpha\pi\varepsilon\zeta\iota o\upsilon} = \frac{(B+b)\upsilon}{2} = \frac{(2,7+0,7)\cdot 20}{2} m \Rightarrow$

$S = 34m < d = 35m$. Άρα αποφεύγεται η σύγκρουση.

$\boxed{\text{Σωστό το (α)}}$

II) $S_1 = \upsilon_0 \Delta t_1 = 20 \cdot 0,7 = 14m$

$S_2 = d' - S_1 = 16m$

$S_2 = S_{stop} = \frac{\upsilon_0^2}{2a} \Rightarrow 16 = \frac{20^2}{2a} \Rightarrow 32a = 400 \Rightarrow a = \frac{400}{32} \Rightarrow a = 12,5 m/s^2$

$\boxed{\text{Σωστό το (β)}}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) α) <u>0-2s</u> Ε.Ο.Κ, $\Delta x_1 = E_1 = 40m$, $s_1 = |\Delta x_1| = 40m$, $\alpha_1 = 0$

<u>2s-4s</u> Ε.Ο. Επιταχ. Κ, $\Delta x_2 = E_2 = \frac{(40+20)\cdot 2}{2} = 60m$, $s_2 = |\Delta x_2| = 60m$

$\alpha_2 = \frac{40-20}{4-2} m/s^2 \Rightarrow \alpha_2 = 10 m/s^2$

<u>4s-8s</u> Ε.Ο. Επιβραδ. Κ, $\Delta x_3 = E_3 = \frac{40\cdot 4}{2} = 80m$, $s_3 = |\Delta x_3| = 80m$

$\alpha_3 = \frac{0-40}{8-4} m/s^2 \Rightarrow \alpha_3 = -10 m/s^2$

<u>8s-10s</u> Ε.Ο. Επιταχυνόμενη Κ με <u>ΑΝΤΙΘΕΤΗ</u> φορά.

$\Delta x_4 = E_4 = \frac{2\cdot(-20)}{2} \Rightarrow \Delta x_4 = -20m$, $s_4 = |\Delta x_4| = 20m$

$\alpha_4 = \frac{-20-0}{10-8} \Rightarrow \alpha_4 = -10 m/s^2$

β) $S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 200 m$

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = 40m + 60m + 80m + (-20m) = 160m$

γ) $u_\mu = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{200}{10} \frac{m}{s} \Rightarrow u_\mu = 20 m/s$

Γ2) $x_0 = 20m$

$x_1 = \Delta x_1 + x_0 = 40m + 20m = 60m$

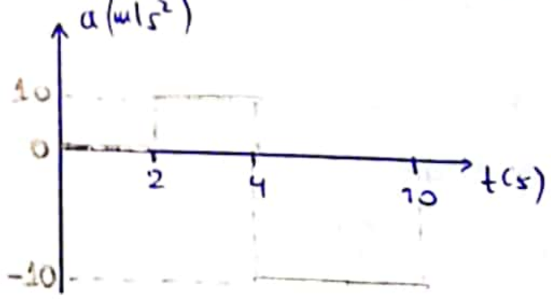
$x_2 = \Delta x_2 + x_1 = 60m + 60m = 120m$

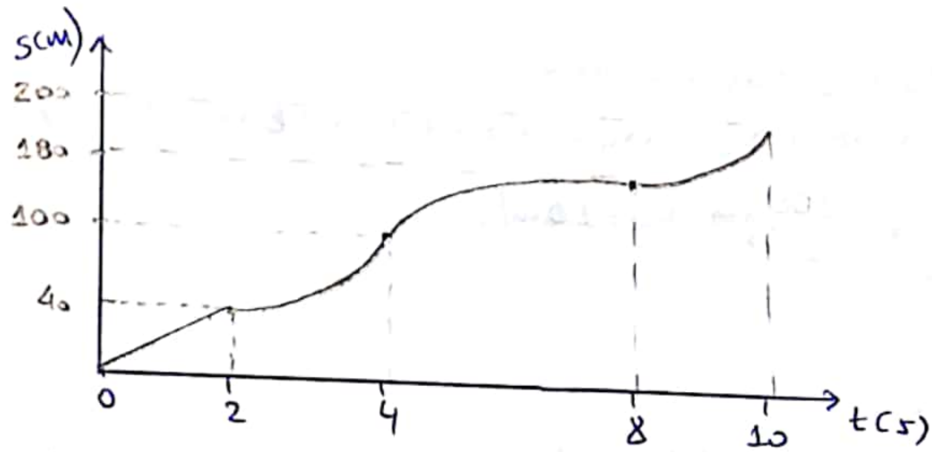
$x_3 = \Delta x_3 + x_2 = 80m + 120m = 200m$

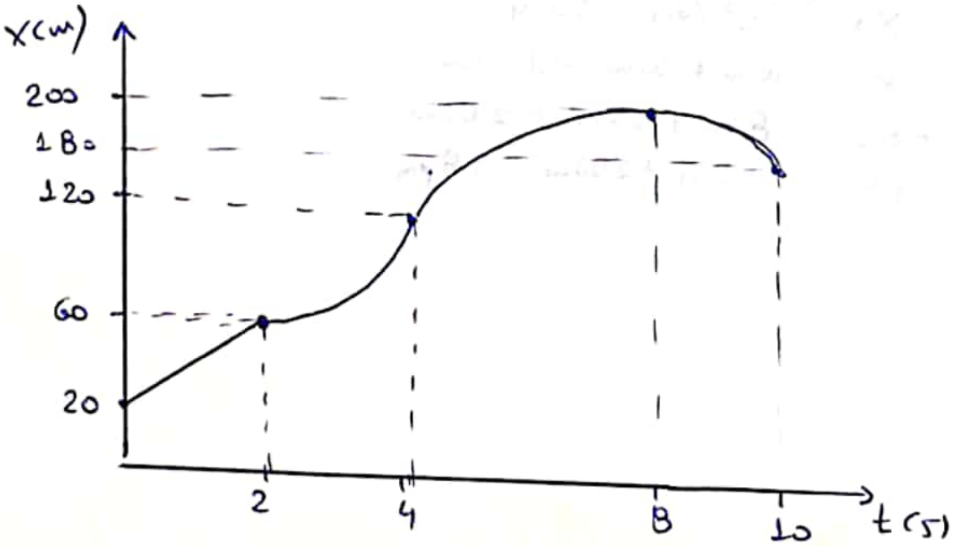
$x_4 = \Delta x_4 + x_3 = -20m + 200m = 180m$

Χρονικό διάστημα	$t_{αρχ}$	$x_{αρχ}$	$t_{τελ}$	$x_{τελ}$	α (m/s²)
0-2s	0s	20m	2s	60m	0
2s-4 s	2s	60m	4s	120m	10
4s-8 s	4s	120m	8s	200m	-10
8s-10s	8s	200m	10s	180m	-10

Γ3)

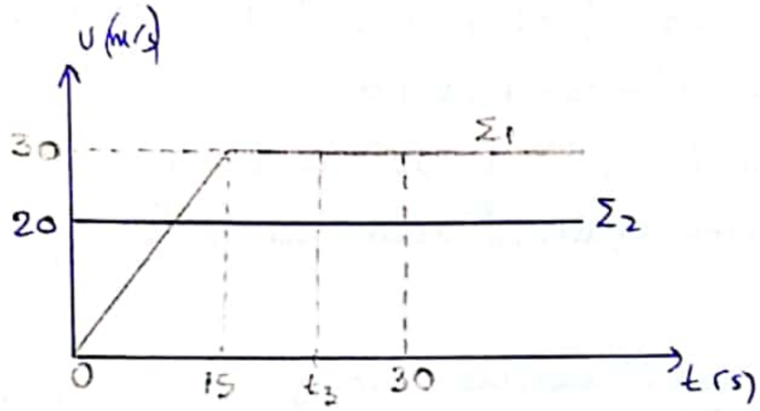






ΘΕΜΑ Δ

Δ1)



Δ2) $υ_1 = α t_2 \Rightarrow 30 = α \cdot 15 \Rightarrow α = 2 m/s^2$

Δ3) $S_1 = \frac{1}{2} α Δt_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 \Rightarrow S_1 = 225m$

$S_2 = υ_2 \cdot Δt_1 = 20 \cdot 15 m \Rightarrow S_2 = 300m$

$\ell = S_2 - S_1 = 300m - 225m = 75m$, άρα προηγείται το $Σ_2$ 75m του $Σ_1$.

Δ4) Όταν συναντηθούν τη χρονική στιγμή t_3, τότε:

$S_1 = S_2 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow E_{τραπεζίου} = E_{ορθογωνίου} \Rightarrow$

Α' τρόπος

$\frac{[t_3 + (t_3 - 15)] \cdot 30}{2} = 20 \cdot t_3 \Rightarrow (2t_3 - 15) \cdot 15 = 20 t_3 \Rightarrow$

$30 t_3 - 225 = 20 t_3 \Rightarrow 10 t_3 = 225 \Rightarrow \boxed{t_3 = 22,5 s}$

Β' τρόπος

$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2} α Δt_1^2 + υ_1 Δt_2 = υ_2 Δt_3$

$\frac{1}{2} \cdot 2 (15-0)^2 + 30 (t_3 - 15) = 20 (t_3 - 0) \Rightarrow$

$225 + 30 t_3 - 450 = 20 t_3 \Rightarrow 10 t_3 = 225 \Rightarrow t_3 = 22,5 s.$

- Το $Σ_2$ έχει διανύσει $S_2 = υ_2 Δt_3 = 20 (22,5 - 0) \Rightarrow \boxed{S_2 = 450m}$

Δ5) • Στο χρονικό διάστημα από 0 έως 15s το $Σ_2$ προηγείται εκτελώντας ΕΟΚ, ενώ το $Σ_1$ επιταχύνεται. Άρα ισχύει:

$s_2 - s_1 = d \Rightarrow υ_2 t - \frac{1}{2} a t^2 = 51 \Rightarrow 20t - \frac{1}{2}\cdot 2t^2 = 51 \Rightarrow$

$20t - t^2 - 51 = 0 \Rightarrow t^2 - 20t + 51 = 0$

Το τριώνυμο έχει λύσεις : $t=3s$ και $t=17s$.

Δεκτή λύση η: $\boxed{t_1 = 3s}$.

• Μετά 15s το $Σ_1$ εκτελεί ΕΟΚ με $υ_1 = 30m/s$ και το $Σ_2$ συνεχίζει ΕΟΚ με $υ_2 = 20m/s$.

Μέχρι την χρονική στιγμή 15s κάθε κινητό έχει διανύσει διάστημα: $s_1 = 225m$ για το $Σ_1$ και $s_2 = 300m$ για το $Σ_2$.

Αν περάσει χρονικό διάστημα $Δt$ μετά την χρονική στιγμή 15s τότε το συνολικό διάστημα κάθε κινητού από το Ο θα είναι:

$s_1' = s_1 + υ_1 Δt \Rightarrow s_1' = 225 + 30Δt \quad (1)$

$s_2' = s_2 + υ_2 Δt \Rightarrow s_2' = 300 + 20Δt \quad (2)$ (Στο SI)

• Αν προηγείται το $Σ_2$ του $Σ_1$ θα ισχύει:

$s_2' - s_1' = d \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} 300 + 20Δt - (225 + 30Δt) = 51 \Rightarrow Δt = 2{,}4s$

Άρα $t_2 = 15s + Δt \Rightarrow t_2 = 15s + 2.4s \Rightarrow \boxed{t_2 = 17{,}4s}$

• Αν προηγείται το $Σ_1$ του $Σ_2$ θα ισχύει:

$s_1' - s_2' = d \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} 225 + 30Δt - (300 + 20Δt) = 51 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10Δt = 126 \Rightarrow Δt = 12{,}6s$

Άρα $t_3 = 15s + Δt = 15s + 12{,}6s \Rightarrow \boxed{t_3 = 27{,}6s}$

Οι ζητούμενες χρονικές στιγμές είναι επομένως:

$t_1 = 3s, \ t_2 = 17{,}4s, \ t_3 = 27{,}6s$.